

文章编号: 1007-4619 (2001) 04-0241-07

机载 GPS、姿态和激光扫描测距集成定位系统的精确定位方程、误差分析与精度评估

江月松

(北京理工大学 光电工程系, 北京 100081; 东南大学 毫米波国家重点实验室, 南京 210096)

摘要: 全球定位系统(GPS)、姿态测量(惯性导航系统(INS))和激光扫描测距技术集成的直接空对地定位系统是近年来遥感与测绘领域发展起来的新型定位技术,是量化三维遥感中获取地面几何信息和生成数字高程模型的主要新技术手段之一。该文给出了该系统的精确定位方程,分析了误差源对定位精度的影响,并给出了数量级评估。结果对实际应用具有重要的参考价值。

关键词: GPS;姿态测量;激光扫描测距;定位方程;误差分析;精度评估

中图分类号: TP702 **文献标识码:** A

1 引言

继 GPS、惯性导航系统(INS)和激光扫描测距集成空-地直接定位系统在遥感与测绘中得到初步应用以来^[1-4],一些学者从不同的应用侧面对定位原理和定位误差进行了分析和讨论^[3-7],但在这些讨论或分析中,有的没有考虑到激光束扫描情况^[3];有的忽略了 GPS 天线到激光束扫描出发点之间的矢量^[4-6];有的只考虑了 INS 与 GPS 的集成情况^[8];有的只考虑了激光扫描测距的情况^[7]。显然,对于 GPS、INS 和激光扫描测距集成定位系统来说,这些分析是不全面的,会引起定位的较大误差,而且这种误差在模拟计算中反映不出来。也会给实际应用带来许多不便。本文结合该系统的定位原理,给出了该系统的精确定位方程,并讨论了影响定位的误差分析和精度估计。本文的结果对实际应用具有重要的参考价值。

2 定位原理与定位方程

图 1 是 GPS、INS 和激光扫描测距集成定位系统的定位原理图。 $C(X, Y, Z)$ 是 WGS-84 椭球参考坐

标系, Z 轴是地球的自转中轴, X 轴位于地球赤道平面内并通过地球的赤道子午圈, Y 轴则完成右手参考系。 g 点为 GPS 接收机天线的端点,其坐标提供了空中遥感运动平台的动态位置。 l 点为激光器的光束发射点,遥感平台上的激光扫描测距仪则提供光束发射点到地面上激光束作用点 e 的距离数据,由位置、姿态和距离这 3 个数据再加上 GPS 接收机天线端到激光束发射点的距离矢量后经坐标变换和解算就可以得出地面的激光点 e 在 WGS-84 椭球坐标系中三维地理坐标 (X_e, Y_e, Z_e) ,亦即 WGS-84 坐标系中的 $e(C)$ 矢量。在激光束为非扫描的情况下, $e(C)$ 矢量为^[3,9]:

$$e(C) = g(C) + R^{-1}(\lambda, \phi - 90, 0)R^{-1}(\beta, \alpha, \psi) \cdot \{R^{-1}(\Delta\beta, \Delta\alpha, \Delta\psi)l(L) + gl(B)\} \quad (1)$$

式中, $g(C) = [X_g, Y_g, Z_g]^T$ 是 C 参考系中 GPS 天线端点的动态定位矢量,由差分 GPS 接收机给出。 λ, ϕ 分别为地球的经、纬度。 $l(L) = [0, 0, |l(L)|]^T$ 是定义在激光束坐标系中矢量,由激光测距仪给出。 $gl(B) = [X_{gl}^B, Y_{gl}^B, Z_{gl}^B]^T$ 是定义在遥感平台坐标系中的从 g 点到 l 点的矢量,可由现场人工测量得到。运动平台飞机的坐标系定义为: X 轴沿着飞机飞行

收稿日期: 2000-09-11; 修订日期: 2001-01-15

基金项目: 得到 863-308-14-03(6)项目的支持。

作者简介: 江月松(1959—),男,北京理工大学光电工程系副研究员。1995年3月毕业于南京大学信息物理系,获理学博士学位。现从事光电技术、遥感技术研究领域,具体研究内容有:自适应光学、空间太阳望远镜和光干涉综合孔径成像等。已发表论文近 30 篇,参加编写专著 1 本,主编教学讲义 1 本,出版教材 1 本。

$$\begin{aligned}
 & + \cos \lambda \sin \beta \cos \alpha + \sin \lambda \cos \phi \sin \alpha; \\
 C_{22} & = \sin \lambda \sin \phi [\cos \beta \sin \alpha \sin \psi - \sin \beta \cos \psi] \\
 & + \cos \lambda [\sin \beta \sin \alpha \sin \psi + \cos \beta \cos \psi] \\
 & - \sin \lambda \cos \phi \cos \alpha \sin \psi; \\
 C_{23} & = \sin \lambda \sin \phi [\cos \beta \sin \alpha \cos \psi + \sin \beta \sin \psi] \\
 & + \cos \lambda [\sin \beta \sin \alpha \cos \psi - \cos \beta \sin \psi] \\
 & - \sin \lambda \cos \phi \cos \alpha \cos \psi; \\
 C_{31} & = \cos \phi \cos \beta \cos \alpha - \sin \phi \sin \alpha; \\
 C_{32} & = \cos \phi [\cos \beta \sin \alpha \sin \psi - \sin \beta \cos \psi] \\
 & + \sin \phi \cos \alpha \sin \psi; \\
 C_{33} & = \cos \phi [\cos \beta \sin \alpha \cos \psi + \sin \beta \sin \psi] \\
 & + \sin \phi \cos \alpha \cos \psi; \\
 A_{13} & = \cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & + \sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi); \\
 A_{23} & = \cos(\psi_s) [\sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & - \cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] - \sin(\psi_s) \cos(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi); \\
 A_{33} & = \sin(\psi_s) [\sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & - \cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + \cos(\psi_s) \cos(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi). \\
 B_{13} & = \cos(\psi_s) \cos(\alpha_s) [\cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & + \sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + [\cos(\beta_s) \sin(\alpha_s) \sin(\psi_s) \\
 & - \sin(\beta_s) \cos(\psi_s)] [\sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & - \cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + [\cos(\beta_s) \sin(\alpha_s) \cos(\psi_s) \\
 & + \sin(\beta_s) \sin(\psi_s)] [\cos(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi)]; \\
 B_{23} & = \sin(\beta_s) \cos(\alpha_s) [\cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & + \sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + [\sin(\beta_s) \sin(\alpha_s) \sin(\psi_s) \\
 & + \cos(\beta_s) \cos(\psi_s)] [\sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & - \cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + [\sin(\beta_s) \sin(\alpha_s) \cos(\psi_s) \\
 & - \cos(\beta_s) \sin(\psi_s)] [\cos(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi)]; \\
 B_{33} & = -\sin(\alpha_s) [\cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi) \\
 & + \sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + \cos(\alpha_s) \sin(\psi_s) [\sin(\Delta \beta) \sin(\Delta \alpha) \\
 & \cdot \cos(\Delta \psi) - \cos(\Delta \beta) \sin(\Delta \psi)] + [\cos(\alpha_s) \cos(\psi_s) \\
 & \cdot \cos(\Delta \alpha) \cos(\Delta \psi)].
 \end{aligned}$$

其中大地坐标的经度 λ , 纬度 ϕ 与空间直角坐标 (X, Y, Z) 之间的转换关系在一般的书籍中都可以找到^[10, 11]。由(6), (7)两式可分别进行线扫描和圆扫描的定位数据处理和误差分析。

3 误差分析

由(6), (7)两式可见, 地面上激光点的位置 (X_e, Y_e, Z_e) 是由 GPS 测量数据、姿态测量数据 (α, β, ψ) 激光测距数据 $I(L)$ 、扫描角 $(\alpha_s, \beta_s, \psi_s)$ 、多传感器集成安装时激光器在 INS 坐标系中的偏差 $(\Delta\alpha,$

$\Delta\beta, \Delta\psi)$ 确定的, 因此, 最终的定位误差应是上述这些数据测量中的随机误差和系统集成时的系统误差造成的, 除此之外还需考虑集成系统中传感器之间脉冲时序的同步精度造成的误差。

3.1 GPS 定位 $g(C)$ 的误差

矢量 $g(C)$ 的测量是用动态差分定位方法, 它同时记录来自地面基准站的 GPS 载波相位和伪距数据与来自卫星的载波相位和伪距数据结合在一起进行飞行后处理, 一般说来, 经差分处理和采用一些特殊的硬件和软件技术可以消除或减弱卫星轨道、电离层和对流层的延迟、周跳和多路径效应等的误差, 在基线长度为 50 km 以内的条件下, 可以得到 20-30 cm 的定位精度。

3.2 姿态测量 (α, β, ψ) 误差

实际测量系统是由惯性导航系统(INS)和 GPS 组合而成的, 据目前的制造技术, 俯仰 α 和侧滚 ψ 的精度可达 60", 偏航 β 可达 90"。

3.3 激光测距矢量 $I(L)$ 的误差

影响测距误差的主要因素是激光脉冲宽度、测距仪电子学的计时精度以及激光束在大气中的传播质量等。脉冲展宽则导致地面上光斑内距离的漂移, 与激光束扩散、目标坡度及反射特性有关; 电子学计时精度是由测距仪的信噪比、回波探测器的响应阈值, 虚警概率确定^[4, 7], 与探测器口径和灵敏度等有关; 大气传播质量与大气质量、激光脉冲强度等因素有关。根据目前激光器性能和电子学计时精度以及扫描镜技术, 这项误差的影响可控制在 0.5 m 以下。

3.4 系统的集成误差

主要包括 GPS 天线端点到激光束在扫描镜上发射点(即投影中心)之间的矢量 $gl(C)$ 的确定和激光束扫描过程中激光束指向角的误差。矢量 $gl(B) = [X_{gl}^B, Y_{gl}^B, Z_{gl}^B]^T$ 的测量是在 INS 定义的平台坐标系中进行的, 误差可小于 5 cm。扫描镜的振动影响难以检测, 它会引起(4)和(5)式中的旋转矩阵 $R^{-1}(0, 0, \psi_s)$ (线扫描)和 $R^{-1}(\alpha_s, \beta_s, \psi_s)$ (圆扫描)扫描角 α_s, β_s 和 ψ_s 产生误差 $\Delta\alpha_s, \Delta\beta_s$ 和 $\Delta\psi_s$, 从而引起定位结果的误差。

3.5 从笛卡尔坐标到大地坐标的转换误差

遥感运动平台上 GPS 记录的 $g(C)$ 是笛卡尔坐

标系数据,为了计算旋转矩阵 $R^{-1}(\lambda_g, \phi_g - 90, 0)$, 必须将 $g(C)$ 变换到椭球坐标系,其封闭式的变换在一般的书中都能找到^[10, 11],一般地,遥感平台在海拔 500 m 以上时,坐标变换引起的 $\Delta\lambda$, $\Delta\phi$ 的误差将小于 $2.5 \times 10^{-7}^\circ$ 。

3.6 传感器之间脉冲时序的同步精度误差

集成定位系统不同数据流之间的计时同步精度也是引起定位误差的重要因素之一。GPS 接收机可以每秒发出一个精确脉冲,这个脉冲前沿在测距过程中重新设置计时器,同时也影响到 GPS 接收机到 INS 的脉冲从开始到发射数据之间的时间延迟,这些会影响到如下几个量的高精度测量:①从运动平台到地球表面上响应点之间的距离的激光测量;②相对于地球中心,地球固定参考系的激光束传播方向的测量;③在地球中心固定的地球坐标系中,激光器发射脉冲时间点的误差。

4 精度估计

可根据(6), (7)式分别对线扫描和圆扫描两种情况进行评估。通常在实际工作中是将遥感器和 INS 以及激光测距仪安装在一块刚性平台上,刚性平台的设计要求是保证能将遥感器、激光测距仪和 INS 之间的关系固定下来,并在安装后系统作业过程中保持不变,这样便可通过平差处理消除掉,这样便可视系统误差 $(\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\psi) = 0$, 据此分析考虑线扫描和圆扫描两种情况。

4.1 线扫描

将 A_{13} , A_{23} , A_{33} 代入(6)式并将 X_e , Y_e 和 Z_e 按泰勒公式展开并取至一次项的表现形式:

$$\begin{cases} dX_e = dX_g + X_{gl}^B dC_{11} + M_{12}dC_{12} \\ \quad + M_{13}dC_{13} + M_{14}d\psi_s + M_{15}dl \\ \quad + C_{11}dX_{gl}^B + C_{12}dY_{gl}^B + C_{13}dZ_{gl}^B \\ dY_e = dY_g + X_{gl}^B dC_{21} + M_{12}dC_{22} \\ \quad + M_{13}dC_{23} + M_{24}d\psi_s + M_{25}dl \\ \quad + C_{21}dX_{gl}^B + C_{22}dY_{gl}^B + C_{23}dZ_{gl}^B \\ dZ_e = dZ_g + X_{gl}^B dC_{31} + M_{12}dC_{32} \\ \quad + M_{13}dC_{33} + M_{34}d\psi_s + M_{35}dl \\ \quad + C_{31}dX_{gl}^B + C_{32}dY_{gl}^B + C_{33}dZ_{gl}^B \end{cases} \quad (8)$$

合成位置误差 dR 为:

$$dR = \sqrt{(dX_e)^2 + (dY_e)^2 + (dZ_e)^2} \quad (9)$$

(8)式中, l 为激光测距的距离; M_{12} , M_{13} , M_{14} , M_{15} 和 dC_{ij} 为:

$$\begin{cases} M_{12} = Y_{gl}^B - \sin(\psi_s)l \\ M_{13} = Z_{gl}^B + \cos(\psi_s)l \\ M_{14} = -[C_{i3} \cdot \sin(\psi_s) - C_{i2} \cdot \cos(\psi_s)]l \\ M_{15} = C_{i3} \cdot \cos(\psi_s) - C_{i2} \cdot \sin(\psi_s) \\ dC_{ij} = \frac{\partial C_{ij}}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_{ij}}{\partial \beta} d\beta + \frac{\partial C_{ij}}{\partial \psi} d\psi \end{cases} \quad (10)$$

由(8)式可见,地面上激光点的定位精度是由 GPS 的定位误差、激光测距误差、激光束扫描角误差以及 GPS 天线端到激光器发光点的距离矢量的测量误差经误差传递和坐标系变换而得,在各直接测量是彼此相互独立的情况下,根据间接测量结果精度评定方法的误差传递定律,求出 (dX_e, dY_e, dZ_e) 的均方误差 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ 即为定位精度的评定值。图 2 和图 3 分别是在地面坡度为 0° 时和地面坡度为 30° 时、飞行高度为 600 m 时、扫描角在机下点 $\pm 20^\circ$ 范围内扫描的情况下定位精度的模拟计算结果,各直接测量误差分别为:GPS 定位误差 $dX_g = dY_g = dZ_g = 0.25$ m; 扫描角误差 $d\psi_s = 2.5'$; 激光测距误差 $dl = 0.5$ m; GPS 天线端到激光发射点之间的测量误差 $dX_{gl}^B = dY_{gl}^B = dZ_{gl}^B = 0.0025$ m; 姿态测量误差 $d\alpha$ (俯仰) $= d\psi$ (侧滚) $= 60''$, $d\beta$ (偏航) $= 90''$ 。飞行过程中受许多随机因素的影响,姿态角可在某一范围随机取数。假定地面安装测量时, $X_{gl}^B = 1.5$ m, $Y_{gl}^B = 0.5$ m, $Z_{gl}^B = 2.0$ m。由图 2 和图 3 可以看出: (1) 扫描角左右扫描时, X , Y , Z 3 个方向的定位精度并不是对称的, Y 与 Z 方向的定位误差变化趋势一致; Z 方向的定位误差有一最小定位误差的扫描角;而 X 方向的定位误差变化趋势则相反。(2) 当地面有坡度时, X 方向的定位误差变化范围减小,而 Y 方向和 Z 方向的定位误差变化范围则增加。(3) 合成定位误差 ΔR 在地面没有坡度时,随扫描角的左右增加而增加;在地面有坡度时,随着地面的下斜而增加。

4.2 圆扫描

这里以 863-308 项目“机载三维成像仪”为例进行分析^[4]。圆扫描是在线扫描光学系统主光轴成 45° 的基础上附加一个 $\xi(7.5^\circ)$ 的偏角,电机转轴与 Y 轴成 $\kappa(45^\circ)$ 角。对于这样的扫描模式, (7) 式经几何转换和坐标变换,地面上激光点的坐标为:

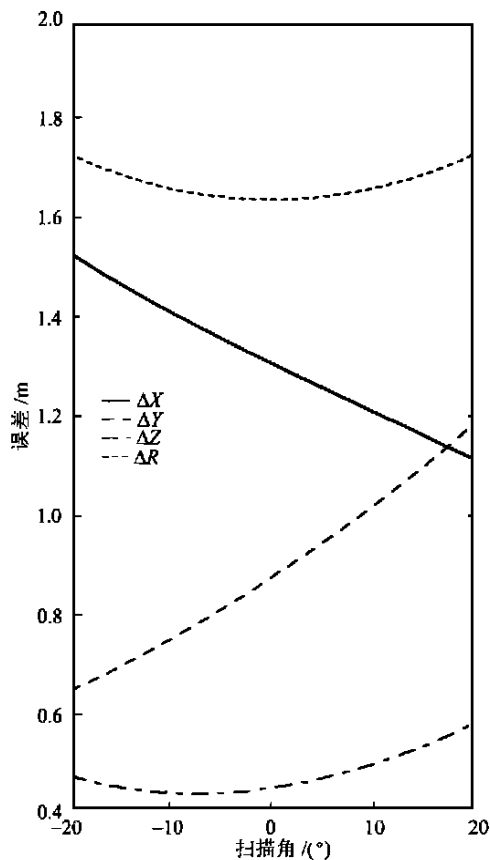


图 2 线扫描情况下地面平坦时的误差分布
Fig. 2 Error distribution to slope = 0°

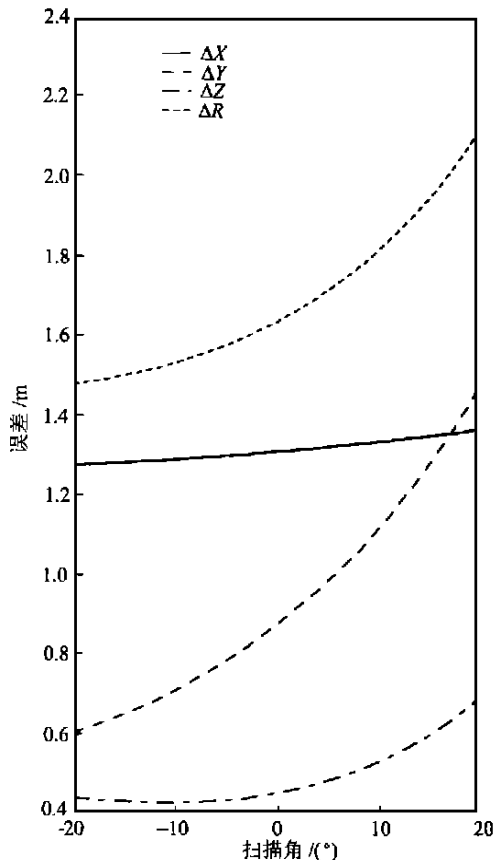


图 3 线扫描情况下地面坡度为 30°时的误差分布
Fig. 3 Error distribution to slope = 30°

$$\begin{aligned}
 X_e &= X_g + C_{11}(X_{gl}^B - l \sin(2\delta) \sin \gamma) + \\
 &C_{12}(Y_{gl}^B + l \cos(2\delta)) + C_{13}(Z_{gl}^B - l \sin(2\delta) \cos \gamma) \\
 Y_e &= Y_g + C_{21}(X_{gl}^B - l \sin(2\delta) \sin \gamma) \\
 &+ C_{22}(Y_{gl}^B + l \cos(2\delta)) + C_{23}(Z_{gl}^B - l \sin(2\delta) \cos \gamma) \\
 Z_e &= Z_g + C_{31}(X_{gl}^B - l \sin(2\delta) \sin \gamma) \\
 &+ C_{32}(Y_{gl}^B + l \cos(2\delta)) + C_{33}(Z_{gl}^B - l \sin(2\delta) \cos \gamma)
 \end{aligned} \tag{11}$$

式中 γ , δ 分别为:

$$\begin{cases}
 \gamma = \text{tg}^{-1} \left[\frac{\sin \xi \cdot \sin \theta}{\cos \kappa \cdot \sin \xi \cdot \cos \theta - \sin \kappa \cdot \cos \xi} \right] \\
 \delta = \cos^{-1} (\sin \kappa \cdot \sin \xi \cdot \cos \theta + \cos \kappa \cdot \cos \xi)
 \end{cases} \tag{12}$$

θ 为电机转动的角度。类似与线扫描的情况, 将 (11) 式按泰勒公式展开并取至一次式后再按照误差传递定律求出其均方误差, 在飞行高度为 600 m、电机转动角度误差为 5'、其余各直接测量误差与线扫描相同的情况下, 分别计算了地面平坦和地面坡度为 30° 的情况下定位精度的均方值, 如图 4、图 5 所

示。可以看出: (1) 圆扫描的定位精度比线扫描的定位精度要高, 线扫描的最终定位精度不低于 1.4 m, 而圆扫描的最终定位精度在 0.8 m 左右; (2) 在地面有坡度的情况下, 定位精度略低于地面无坡度的情形。

5 结论与讨论

本文结合国家高技术发展研究项目, 研究了机载 GPS、姿态测量和激光扫描测距三维遥感的集成定位系统的定位模式, 给出了该定位模式的精确定位方程, 分析了定位误差产生的因素, 并给出了模拟计算结果, 对于实际工程应用具有重要的参考价值。要提高定位精度, 必须提高 GPS 定位、姿态测量、激光测距以及 GPS 天线端到激光发射点的距离各直接测量的精度, 此外还应尽可能减小集成系统安装时的系统误差。

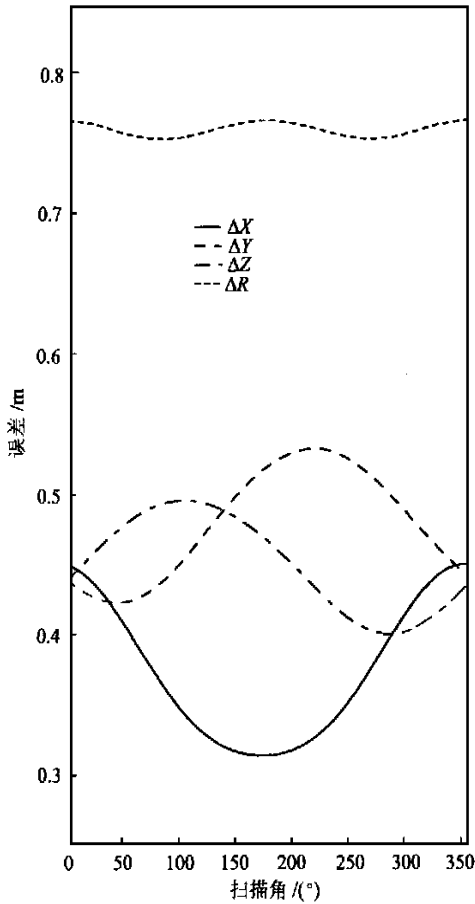


图 4 圆扫描情况下地面平坦时的误差分布

Fig. 4 Error distribution to slope=0°

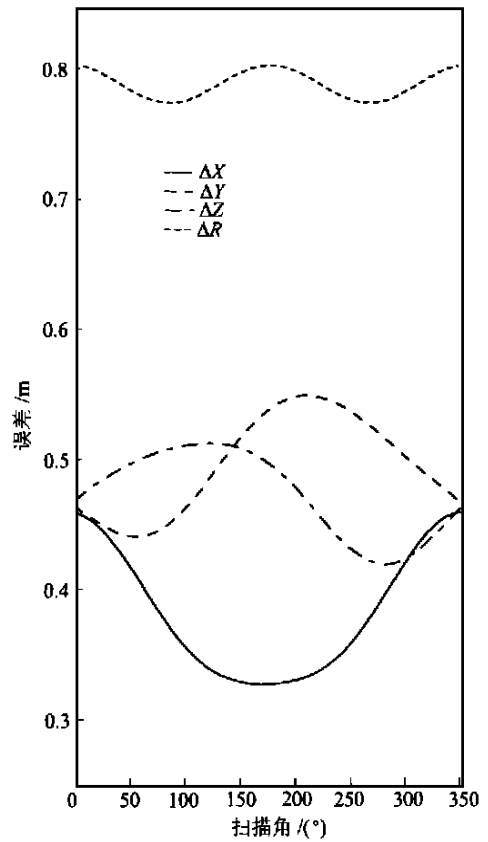


图 5 圆扫描情况下地面坡度为 30°时的误差分布

Fig. 5 Error distribution to slope=30°

参 考 文 献 (References)

- [1] Li S K, Xue Y Q. The Instrument and Methods of Integrated Multi-Dimensional Remote Sensing Information [P]. Chinese Patent, 96114306.1, 1996. [李树楷, 薛永祺. 遥感多维信息集成的装置与方法[P], 中国专利, 96114306.1, 1996.]
- [2] Flood M, Gutelius B. Commercial Implications of Topographic Terrain Mapping Using Scanning Airborne Laser Radar [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 1999, **65**: 327-335.
- [3] Vanghn C R, Bufton J L, Krabill W B, Rabin D. Georeferencing of Airborne Laser Altimeter Measurement [J]. *Int. J. Remote Sensing*, 1996, **17**, 2185-2195.
- [4] Li S K, Xue Y Q. The Integrated Technology System of High Efficiency Three-Dimensional Remote Sensing [M]. Beijing: Science Press, 1999. [李树楷, 薛永祺. 高效三维遥感集成技术系统[M]. 北京: 科学出版社, 2000.]
- [5] You H J, Ma J Zh, Liu T, Li S K. The Direct Space-Ground Positioning of Three-Dimensional Remote Sensing Based on GPS/INS and Laser Ranging [J]. *Journal of Remote Sensing*, 1998, **2**: 63-68. [尤红建, 马景之, 刘彤, 李树楷. 基于 GPS、姿态和激光测距的三维遥感直接对地定位[J]. 遥感学报, 1998, **2**: 63-68.]
- [6] You H J, Jiang Y S, Li S K. Error Analysis and Accuracy Estimation of Airborne Remote Sensing with Air-to-Ground Positioning System [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1998, **27**: 86-91. 尤红建, 江月松, 李树楷. 机载遥感直接对地定位的误差分析和精度估计 [J]. [测绘学报, 1998, **27**: 86-91.]
- [7] Jiang Y S, You H J, Li S K. An Error Analysis of Airborne Laser Scanning Rangefinder [J]. *Remote Sensing Technology and Application*, 1998, **13**(1): 1-9. [江月松, 尤红建, 李树楷. 机载激光扫描测距仪的误差分析[J]. 遥感技术与应用, 1998, **13**(1): 1-9.]
- [8] Schwarz K P, Chapman M A, Cannon M W, Gong P. An Integrated INS/GPS Approach to the Georeference of Remotely Sensed Data [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 1993, **59**: 1667-1773.
- [9] Grogan T A, Angrisani D. Coordinate Transformation Between Sensor and Observed Vehicle [J]. *Remote Sensing Review*, 1992, **6**: 33-40.
- [10] Zhu H T. Classical Geocentric Coordinate Frames [R]. PLA Pub-

lishing, August, 1990. [朱华统. 常用大地坐标系(内部读物)
[R]. 解放军出版社, 1990.]

lishing of Defence Science and Technology University, 1997. [张守
信. GPS 卫星测量定位理论与应用 [M]. 国防科技大学出版
社, 1996.]

[11] Zhang S X. Theory and Application of GPS Positioning [M]. Pub-

A Rigorous Positioning Equation and It's Error Analysis and Precision Evaluation for Integrated Positioning System of Airborne GPS, INS and Laser Scanning Ranging

JIANG Yue-song

(Department of Opto-electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Direct space-ground positioning system which is composed of Global Positioning System (GPS), attitude measurement (i.e. inertial navigation system, INS) and laser scanning ranging is a new positioning technique developed in recent years, the system is one of the new methods which obtain geometric information of the terrain and generate digital elevation model for quantity of three-dimensional remote sensing. This paper gives rigorous positioning equation and error transfer equation of air-to-ground positioning for airborne and space borne remote sensing. Error analysis of the system and precision evaluation based on the obtained equations for line scanning and circle scanning are given. The simulation computation indicates that the results of this paper have importance to practical application.

Key words: GPS; attitude measurement; laser scanning ranging; positioning equation; error analysis; precision evaluation